

# 第3学年2組 数学科学習指導案

平成24年6月26日

授業者 教諭

生徒数 32名

## 1 題材 平方根（分母の有理化）

## 2 題材について

### （1）題材観

数の概念は、これまで小学校で自然数から小数や分数へ、中学1年では、小学校の学習の上に立って数の範囲を正の数と負の数までに拡張してきた。2年では、文字を用いた式や方程式、関数、確率などの学習を通して、数についての理解を一層深めてきた。3年では、二次方程式を解く場合や、三平方の定理を活用して長さを求める場合には、有理数だけでは不十分なので、数の範囲を無理数まで拡張する。数の範囲を拡張することは、新しい数が導入され、これまで数で表すことができなかつたものが思考の対象になることを意味する。

平方根を導入することで、これまで表すことができなかつた面積が2の正方形の1辺の長さを $\sqrt{2}$ と表記できる。このような正の数の平方根の必要性と意味を理解し、正の数の平方根を含む簡単な式の計算ができるように具体的な場面で平方根を表したり、処理したりすることができるようにしていきたい。無理数は、生徒にとっては、まったく新しい概念であるので、用語や記号が十分にわかるように指導する必要がある。特に生徒は「 $\sqrt{\quad}$ のついた数＝無理数」との理解に陥りがちであるが、生徒が比較的好む数の平方根を含む簡単な式の計算を繰り返し学習することで、平方根の理解度を高めていきたい。

### （2）生徒観

3年2組は、男子16名、女子16名の計32名の学級である。明るく、元気のある雰囲気があり仲の良いクラスである。チャイム着席もでき、忘れ物も少ないので、時間通りに授業を始めることができる。授業には、挙手やノート作りなどを積極的に行う様子が見られる。1年生のときから、毎時の授業の終わりには宿題プリントを配布し、家庭での反復学習を継続してきたので、基本問題に対しては理解している。しかし、分数には苦手意識のある生徒もいる。応用問題はなかなか解けずに学力テストではほぼ平均くらいに位置する。

平方根については、乗法や除法などの計算は比較적으로よくできている。また、 $\sqrt{2} \times \sqrt{2} = \sqrt{4}$ とすることなく、 $\sqrt{2} \times \sqrt{2} = 2$ とする平方根を2乗すると有理数になることや、面積2の正方形の1辺が $\sqrt{2}$ になるという具体的な場面で平方根を表すという指導も繰り返し行い、多くの生徒が平方根の必要性と意味を理解している。しかし、 $\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$ のように根号の中を簡単に

することや平方根を含む計算には、まだ時間がかかり不安が残る。話し合いについては、授業の中でグループ学習を行うが、自分の考えをまとめることができる生徒もいるが、全員とはいわず、活発な数学的活動に対しては課題が残る。

### (3) 指導観

この単元では、平方根という新しい数の概念を学習する。平方根の特徴を理解し、四則演算をできるようにさせる。この計算は、のちの二次方程式や三平方の定理の学習でも必要な知識になるため、数としてだけでなく、図形で長さなどへの対応も意識させて指導していきたい。

本時では、分母に平方根を含まない形に変えることで、近似値を求めやすいことや分母の有理化が成立する根拠を学ぶ。分母を有理化の代数処理の便利さは、次時以降の学習で感じさせる。課題として、 $\frac{6}{\sqrt{2}}$  と 4.3 の大小関係を比較する。大小関係を考えることで、分母に平方

根のある数は値が把握しづらいことを実感させる。そこでどのようにすれば数の大きさを変えることなく、分母を有理数にできるのかを考える。分母の有理化には、平方根の定義と分数の性質を理解していなければできない。そこで、4人グループによる話し合い活動を通して、分母に平方根を含む分数の近似値を求める方法や、分母を有理化することで近似値が求めやすいこと、分母の有理化という変形の成立する理由を考え、グループで伝え合いたい。活発な話し合いにならないグループには、机間指導を通して助言していく。授業の最後には、分母の有理化成立の根拠を平方根の定義と分数の性質に触れながら、自分の言葉でプリントにまとめさせ、本時の学習内容の理解度を確認する。しかし、学力差もあるので、数学の苦手な生徒には、有理化の方法がわかるだけでも評価していきたい。

A評価 : 分数は、分母分子に同じ数をかけても値が変わらないという性質と、平方根は、2乗すると有理数になるので分母を有理化することができる。

B評価 : 分母分子に $\sqrt{2}$ をかけることで、 $\frac{6}{\sqrt{2}}$  は $\frac{6\sqrt{2}}{2}$ になり分母を有理化することができる。

### 3 研究課題「本時のねらいを達成するための豊かな言語活動のあり方」との関わり

数学は系統性が強く、既習事項と関連させて新たな学習を進めていくことが多い教科である。

また、「数学的活動」を充実させることも求められている。研究課題である「本時のねらいを達成するための豊かな言語活動のあり方」を身に付けさせるために、次のことを授業で行う。

(ア) 小グループでの話し合い活動

(イ) 授業の中で「理由」「規則性」などを問う発問

(ウ) 毎時の最後に目標と関連付けた「授業でわかったこと」をまとめる自己評価カード

#### 4 目標及び内容

数の平方根について理解し、数の概念の理解をいっそう深めるとともに、数を用いてものごとを広く、深く考察・処理することができるようにする。そのために、

ア 新しい数の存在を知り、その数の必要性を理解する。

イ 数の平方根の意味を理解し、電卓などを用いてその近似値を求めることができる。

ウ 数の平方根の中には有理数でないものがあることを知り、いろいろな数を数直線上に表したり、小数で分類したりすることを通して、有理数、無理数についての理解を深める。

エ 根号を含む簡単な式の計算や変形ができるようにする。

#### 5 指導計画と評価規準（12時間）

1 節 平方根	1 平方根	3 時間
	2 平方根の値	1 時間
	3 有理数と無理数	1 時間
2 節 根号を含む式の計算	1 根号を含む式の乗法・除法	4 時間（本時 3/4 時間）
	2 根号を含む式の計算	3 時間

学習活動 学習内容	数学への関心・ 意欲・態度	数学的な見方や考え 方	数学的な技 能	数量や図形などについての知識・理解
分母に無理数のある数の近似値を考える	数の平方根に関心を持ち、近似値を求めようとしている。	分母の有理化を、分数の性質と、平方根の定義の2つを用いて導きだすことができる。	分母の有理化ができる	分母を有理化すると、その数の近似値を考えらるうで便利であることを理解している。  分母の有理化の計算方法を理解している。

6 【本時の指導】

本時の目標

- ①分母の有理化ができる。(数学的な技能)
- ②分数の性質や平方根の定義を根拠に分母の有理化を導きだすことができる。(数学的な見方・考え方)

学習活動と予想される反応	・指導上の留意点	○評価 と □指導
<p>1 平方根の大小関係を確認する。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;">                     平方根の大小関係を確認する。                      (1) <math>\sqrt{6}</math>と<math>\sqrt{7}</math>      (2) <math>2\sqrt{2}</math>と3                 </div> <p>(1) の反応</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・根号の中の数の大小関係を見ればいい。</li> <li>・2乗すると6と7になるので、7が大きい。</li> </ul> <p>(2) の反応</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・<math>2\sqrt{2} = \sqrt{8}</math> で <math>3 = \sqrt{9}</math> になるので3が大きい。</li> <li>・2乗すると8と9なので、3が大きい。</li> <li>・<math>2\sqrt{2} = 2 \times 1.414\cdots</math> なので <math>2.828\cdots</math> よって3が大きい。</li> </ul> <p>2 課題を把握する。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p>課題</p> <math display="block">\frac{6}{\sqrt{2}}</math>                     と4.3では、どちらが大きいか？                 </div> <p>3 課題を解決する。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・<math>\frac{6}{\sqrt{2}}</math>を小数で表そう。</li> <li>・両方を2乗する。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・大小関係を判断する根拠を生徒に話させる。</li> <li>・<math>(\sqrt{a})^2 = a</math>を確認する。</li> <li>・<math>a\sqrt{b} = \sqrt{a^2 b}</math>を確認する。</li> <li>・<math>\sqrt{2} = 1.414\cdots</math>であることを確認する。</li> <li>・プリントを配布する。</li> <li>・大小関係を予想する。</li> <li>・1人で真剣に考えられるように静かな環境をつくる。</li> </ul>	<p>○根号のついた数の大小関係がわかる。(知識・理解)</p> <p>□面積6の正方形と面積7の正方形の1辺の長さを比べさせることで、<math>\sqrt{7}</math>が大きいことを実感させる。</p> <p>○自ら進んで、近似値を考えようとしている。(関心・意欲・態度)</p> <p>□「<math>\frac{6}{\sqrt{2}}</math>がいくつなのか?」「またそれはなぜわかりづら</p>

<p>4 グループで話し合う。</p> <p>・近似値を求めて比較する方法</p> <p>考え方① : <math>\frac{6}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{36}}{\sqrt{2}} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2} \doteq 4.242</math></p> <p>よって、<math>\frac{6}{\sqrt{2}} &lt; 4.3</math></p> <p>考え方② : <math>\frac{6}{\sqrt{2}} = \frac{6}{1.414} = 6 \div 1.414 \doteq 4.242</math></p> <p>よって、<math>\frac{6}{\sqrt{2}} &lt; 4.3</math></p> <p>考え方③ : <math>\frac{6}{\sqrt{2}} = \frac{2 \times 3}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2} \times \sqrt{2} \times 3}{\sqrt{2}} = 3\sqrt{2}</math></p> <p style="text-align: right;"><math>\doteq 4.242</math></p> <p>よって、<math>\frac{6}{\sqrt{2}} &lt; 4.3</math></p> <p>考え方④ : <math>\frac{6}{\sqrt{2}} = \frac{6 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{6\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2}</math></p> <p style="text-align: right;"><math>\doteq 4.242</math></p> <p>よって、<math>\frac{6}{\sqrt{2}} &lt; 4.3</math></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・自分なりの解決方法を持って話し合いをする。</li> <li>・グループは席の近い者4人で1グループを組む。</li> <li>・1つの方法が見つかれば、他の方法も考えさせる。</li> <li>・机間指導を通し、話し合いが活発でないグループについては助言する。</li> </ul>	<p>いのか？」など考えるポイントに気付かせるヒントを与える。</p> <p>□考え方①を導く助言 「このままでは、わからないので、6を違う形に変形できないか？」 「6は根号を使って表すとどうなるか？」</p> <p>□考え方②を導く助言 「分数を小数になおすにはどうすればいいのか？」 「<math>\sqrt{2}</math> はいくつぐらいでしたか？」</p> <p>□考え方③を導く助言 「分子の6を分解してみよう。」</p> <p>□考え方④を導く助言 「分母に無理数があるから考えづらい。どうやったら有理数になるのか？」</p> <p>○分母の有理化ができている。(技能)</p> <p>○近似値を求めることができ</p>
---	--	--

<p>・平方根の性質を使う方法</p> <p>考え方⑤ : <math>\frac{6}{\sqrt{2}}</math>と 4.3 を 2 乗して比較する。</p> $\left(\frac{6}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{36}{2} = 18$ $(4.3)^2 = 18.49$ <p>よって、<math>\frac{6}{\sqrt{2}} &lt; 4.3</math></p> <p>5 生徒から出た考え方を代表して全体の前で発表する。</p> <p>・考え方①～⑤を比較・検討する。</p> <p>&lt;考え方①&gt; 式の変形が面倒。分子÷分母が、簡単にならない場合がある。</p> <p>&lt;考え方②&gt; 小数の割り算が面倒。</p> <p>&lt;考え方③&gt; 分子に因数がないとできない。</p> <p>&lt;考え方④&gt; どんな場合でもできそう。一般的。</p> <p>&lt;考え方⑤&gt; 大小関係はわかるが、具体的な近似値はわからない。</p>	<p>・①～⑤のすべての解決方法がでなくてもよい。</p> <p>・発表者は教師から指名する。</p> <p>・考え方①～⑤の方法を吟味させる。</p> <p>・分数の性質と平方根の定義に触れる。</p> <p>・それぞれの考え方を比較して気付くことを発表させる。</p> <p>・どの考え方が1番良いか問う。</p> <p>・考え方④の方法が成立する根拠を考える。</p> <p>・分母の有理化について説明する。</p>	<p>る。(技能)</p> <p>□考え方⑤をした生徒には、「どのくらい大きいのか？」を考えさせることで、別の方法も考えさせる。</p> <p>○それぞれの考え方の良さがわかる。(見方や考え方)</p> <p>○分母の有理化は、近似値を求めるうえで便利であることがわかる。(知識・理解)</p> <p>□「では、<math>\frac{5}{\sqrt{2}}</math>の値はいくつか？」という発問を通して、考え方①と③はどんな数のときもできるとは限らないことを気づかせることで、考え方④が一般的であることを押さえる。</p> <p>○分子分母に同じ数をかけても値は変わらないという分数の性質と、平方根は2乗すると有理数になるという平方根の性質から分母の有理化を見出すことができる。(見方や考え方)</p> <p>□「どうして<math>\sqrt{2}</math>をかけるのか?」「分母を有理数にしたいなら分母にだけ<math>\sqrt{2}</math></p>
--	---	---

をかければいいのか？」  
などの発問で、深く考え  
させる。

6 練習問題を解く。

練習問題

次の数の分母を有理化しなさい。

(1)  $\frac{2}{\sqrt{3}}$       (2)  $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$       (3)  $\frac{2}{\sqrt{2}}$

(1)  $\frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$

(2)  $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{3} \times \sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{15}}{5}$

(3)  $\frac{2}{\sqrt{2}} = \frac{2 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$

7 本時のわかったことをまとめる。

まとめ

分数は分母分子に同じ数をかけても値が変わらないという性質  
と、平方根は2乗すると有理数になるという定義を活用して分母  
を有理化することができる。

・どんな数を分子分母  
にかければ、分母は  
有理数になるのか  
を判断させる。

- 分母の有理化ができる。  
(技能)
- 分母の有理化の計算方法  
を理解している。  
(知識・理解)
- 分子分母にいくつをかけ  
ば、分母が有理数になるの  
かを考えさせる。
- 分母に着目させる。

○分数の性質平方根の定義を  
根拠に分母の有理化の成立  
についてまとめることがで  
きる。(見方や考え方)

□なぜ、分子分母に $\sqrt{2}$ をか  
けたのか振り返る。

・空白にならないよう  
に机間指導をする。

